

COORDENAÇÃO SEMAFÓRICA ATRAVÉS DO MÉTODO DE MAXIMIZAÇÃO DA BANDA VERDE

Cristiane Biazzono Dutra
Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos

Sergio Henrique Demarchi
Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Engenharia Civil

RESUMO

Este artigo apresenta o desenvolvimento de um método de maximização da banda verde para vias semaforizadas, adaptado do método de Morgan e Little. Ao contrário do método original, em que a banda é calculada em função de suas trajetórias frontal e traseira, a largura da banda no método proposto é obtida através de diagramas de banda, cuja vantagem é permitir uma visualização mais imediata de como a banda varia em função da defasagem. A aplicação do método consiste em *i*) determinar larguras de banda para diferentes pares de semáforos; e *ii*) definir defasagens que maximizem a banda para todo o sistema, dentre os valores calculados anteriormente, utilizando um procedimento do tipo “search-and-bound”. Os resultados obtidos são comparáveis aos obtidos pelo método de Morgan e Little, e o método proposto vem servindo como base para o desenvolvimento de uma rotina computacional para coordenação de vias semaforizadas.

ABSTRACT

This paper presents the development of a traffic signal synchronization model, based on Morgan and Little's method, which finds maximum bandwidth for signalized streets. The main difference between both methods is that in the original method bandwidths are defined by their frontal and rear trajectories, while in the proposed method bandwidths are computed by means of diagrams which make easier the identification of bandwidths as function of offsets. There are basically two steps to apply the proposed method: *i*) computation of bandwidths for any pair of traffic signals and, *ii*) definition of offsets which maximize bandwidth for the whole traffic signal system, based on bandwidths previously computed, using a search-and-bound procedure. The proposed method produces similar results to Morgan and Little's method, and has been used for the development of a computational routine for traffic signal synchronization.

1. INTRODUÇÃO

Embora os semáforos instalados nas interseções entre ruas e avenidas do sistema viário de uma cidade tenham por objetivo disciplinar as manobras de cruzamento ou conversão, preservando a segurança dos veículos e pedestres, podem causar aumento no número de paradas dos veículos, formação de filas, aumento no tempo de percurso e a redução da velocidade média nas vias, especialmente no caso de redes compostas por diversas interseções semaforizadas relativamente próximas umas das outras. Nestes casos, as estratégias de coordenação semafórica são imprescindíveis para promover a fluidez do tráfego e manter a qualidade de operação da via semaforizada em níveis aceitáveis.

A coordenação semafórica pode ser feita através de três métodos distintos. O primeiro consiste em maximizar a banda verde, ou seja, defasar os instantes de abertura de semáforos consecutivos de forma que motoristas que percorrem a via encontrem sempre os semáforos abertos, criando assim um efeito de “onda verde”. O segundo método consiste em definir os instantes de abertura dos semáforos de forma a minimizar atrasos e paradas nas interseções. O terceiro tipo de método consiste em utilizar os princípios de ambos os métodos mencionados anteriormente de uma forma sequencial ou simultânea.

Dentre os métodos mencionados, a maximização da banda verde é normalmente preferida por

engenheiros de tráfego, embora a banda obtida por esse método não necessariamente minimize também atrasos e paradas (Hillier e Rothery, 1967). Apesar disso, a maximização da banda verde possui várias vantagens, tais como a possibilidade da visualização da banda obtida em diagramas espaço-tempo, bem como o fato de que os motoristas identificam mais facilmente a qualidade de progressão da via através desse método (Little *et al.*, 1981).

Os métodos de maximização da banda verde existem desde a década de 1930 (Watson, 1933). Inicialmente, a coordenação semafórica era definida graficamente a partir de diagramas espaço-tempo e a solução do problema obtida através de tentativa e erro (Bruening, 1940, Petterman, 1947, Webster e Cobbe, 1966). Na década de 1960, Morgan e Little (1964) e Little (1966) desenvolveram métodos analíticos para obtenção da banda verde ótima. Os trabalhos mais recentes (Little *et al.*, 1981; Tsay e Lin, 1988; Gartner *et al.*, 1990; Stamatiadis e Gartner, 1996) descrevem, basicamente, implementações computacionais que tomam como base o método descrito por Little (1966) e acrescentam a possibilidade da escolha da seqüência de fases e definição de larguras de bandas variáveis por trecho entre interseções.

Se por um lado é possível identificar várias referências sobre o assunto na literatura internacional, no Brasil só foi encontrada uma única dissertação de mestrado, na qual Magalhães (1981) desenvolve um programa denominado SEMAF. Este programa possibilita, além da coordenação semafórica a definição do ciclo ótimo e a distribuição dos verdes por aproximação. O único problema da utilização deste programa é que seu desenvolvimento foi feito na linguagem Fortran e utiliza cartões para entrada de dados. Estes fatores inviabilizam a utilização deste programa atualmente.

Além disso, a existência de diversos métodos e programas computacionais mencionados na literatura não significa que o desenvolvimento e análise de métodos de maximização da banda verde seja um assunto completamente esgotado, pois existem certas propriedades dos sistemas de coordenação semafórica que não foram abordadas em nenhum dos trabalhos consultados.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho consiste em descrever tais propriedades e apresentar o desenvolvimento de um método de maximização da banda verde para vias semaforizadas, tomando como base o método proposto originalmente por Morgan e Little (1964). Após esta introdução, no item 2 são apresentadas as variáveis utilizadas nos modelos de maximização da banda verde e descritos os conceitos básicos do método de Morgan e Little. No item 3 são apresentados o desenvolvimento do método proposto e sua aplicação a um cenário hipotético. No item 4, são apresentadas as considerações finais do trabalho.

2. MÉTODOS DE MAXIMIZAÇÃO DA BANDA VERDE

Os métodos analíticos de maximização da banda verde mais conhecidos foram desenvolvidos por John D. C. Little, do MIT. O primeiro método, descrito nos artigos de Morgan e Little (1964) e Little (1966), é denominado *half-integer synchronization*, e consiste em determinar as melhores posições dos centros dos vermelhos dos semáforos da via de tal forma a conseguir a maior largura de banda possível nos dois sentidos de tráfego e, se desejado, modificar tais valores para aumentar a banda no sentido de maior volume de tráfego. O nome do método diz respeito ao tipo de solução obtida, pois as defasagens ótimas correspondem a 0 ou $\frac{1}{2}$ do valor do ciclo semafórico c (isto é, $0 \cdot \frac{c}{2}$ ou $1 \cdot \frac{c}{2}$) quando a velocidade de progressão é igual em ambas as direções da via. Este tipo de problema em que é necessário escolher um dentre dois possíveis valores de uma variável representa um problema de programação inteira.

O segundo método (Little, 1966) é uma adaptação do primeiro e permite a determinação de valores ótimos da velocidade de progressão da corrente de tráfego e da duração do ciclo, além das defasagens. Sendo um problema de otimização de variáveis contínuas e inteiras, o método recebeu o nome de *mixed-integer synchronization*.

A maioria dos artigos encontrados na literatura adota como base o segundo método proposto por Little (1966), ao contrário de Magalhães (1981), que apresenta uma implementação computacional do primeiro método proposto por Morgan e Little (1964). O primeiro método será o descrito a seguir, no item 2.2, e utilizado como base para desenvolvimento de um método alternativo no item 3. Ambos os métodos utilizam variáveis cuja definição é feita no item 2.1.

2.1. Conceitos Básicos

Os métodos de maximização da banda verde são uma extensão dos métodos convencionais em que o diagrama espaço-tempo é utilizado como base para definir, através de tentativa e erro, as defasagens que fornecem a maior largura de banda possível. No caso de modelos analíticos, o diagrama espaço-tempo é também usado como base para a definição das variáveis mostradas na Figura 1 e definidas a seguir:

- c : duração do ciclo [s];
- r_i, r_j : duração dos vermelhos dos semáforos i e j para a via analisada [s];
- x_i, x_j : instantes referentes aos centros dos vermelhos dos semáforos i e j [s];
- y_i, y_j : posições dos centros das interseções semaforizadas i e j em relação à origem do diagrama espaço-tempo [m];
- v_{ij}, v_{ji} : velocidades médias de percurso entre semáforos $i-j$ e $j-i$ [km/h];
- b_{ij}, b_{ji} : largura das bandas verdes nos sentidos $i-j$ e $j-i$ [s]; e
- t_{ij}, t_{ji} : tempos de viagem nos segmentos $i-j$ e $j-i$ [s].

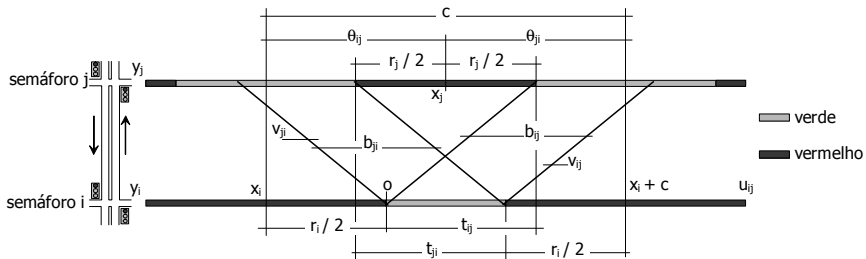


Figura 1: Variáveis utilizadas no método de maximização da banda verde

Num sistema cíclico como um semáforo, é necessário que as variáveis do modelo assumam valores entre 0 e c . Portanto, os tempos de viagem devem ser calculados da seguinte maneira:

$$t_{ij} = 3,6 \frac{y_j - y_i}{v_{ij}} \text{mod}(c) \quad (1)$$

$$t_{ji} = 3,6 \frac{y_j - y_i}{v_{ji}} \text{mod}(c) \quad (2)$$

sendo que a função “mod” é o resto da divisão de a por b , ou seja:

$$a \bmod(b) = a - b \times \text{int}\left(\frac{a}{b}\right) \quad (3)$$

Dessa forma, $0 \leq t_{ij} < c$ e $0 \leq t_{ji} < c$. As defasagens θ_{ij} e θ_{ji} entre semáforos nos sentidos $i-j$ e $j-i$ são as diferenças entre os pontos (ou instantes) centrais dos vermelhos dos semáforos i, j e j, i , respectivamente:

$$\theta_{ij} = x_j - x_i \quad (4)$$

$$\theta_{ji} = x_i + c - x_j \quad (5)$$

Substituindo (4) em (5) é possível observar que

$$\theta_{ji} = c - \theta_{ij} \quad (6)$$

sendo $0 \leq \theta_{ij} \leq c$ e $0 \leq \theta_{ji} \leq c$.

2.2. O Método de Morgan e Little (1964)

O método de Morgan e Little (1964) consiste, inicialmente, na definição da maior largura de banda possível para pares de semáforos. Para isso, os autores definem que em qualquer rede de semáforos existe pelo menos um semáforo crítico, identificado como sendo aquele em que a trajetória frontal da banda de um dos sentidos ($i-j$ ou $j-i$) toca um dos lados do vermelho do semáforo crítico, enquanto que a trajetória traseira da banda do sentido contrário toca o outro lado do vermelho. Morgan e Little (1964) consideram ainda que os semáforos críticos podem ser classificados em 2 grupos:

- *Grupo 1*: a trajetória frontal da banda no sentido $i-j$ toca o vermelho do semáforo crítico, enquanto que a trajetória traseira no sentido $j-i$ toca o outro lado do vermelho; e
- *Grupo 2*: a trajetória traseira da banda no sentido $i-j$ toca o vermelho do semáforo crítico, ao mesmo tempo em que a trajetória frontal no sentido $j-i$ toca o outro lado do vermelho.

Na Figura 1, o semáforo j enquadra-se no grupo 1, enquanto que o semáforo i pode ser classificado como pertencendo tanto ao grupo 1 como ao grupo 2. A partir da situação ilustrada na Figura 1, podem ser definidas as seguintes expressões:

$$\frac{r_i}{2} + t_{ij} = \theta_{ij} + \frac{r_j}{2} \quad (7)$$

$$\frac{r_i}{2} + t_{ji} = \theta_{ji} + \frac{r_j}{2} \quad (8)$$

Subtraindo (8) de (7) e lembrando que $\theta_{ji} = c - \theta_{ij}$, é obtido o valor da defasagem entre os vermelhos dos semáforos i e j que fornece bandas iguais nos sentidos $i-j$ e $j-i$:

$$\theta_{ij} = \frac{c}{2} + \frac{t_{ij} - t_{ji}}{2} \quad (9)$$

Além disso, existe outra defasagem para a qual as bandas são iguais, obtida através da equação (10), considerando que num sistema cíclico $c \bmod(c) = 0$, ou seja:

$$\theta_{ij} = \frac{t_{ij} - t_{ji}}{2} \quad (10)$$

De uma forma geral, as expressões (9) e (10) podem ser representadas por:

$$\theta_{ij} = \left(\pi_{ij} \cdot \frac{c}{2} + \frac{t_{ij} - t_{ji}}{2} \right) \text{mod}(c) \quad (11)$$

sendo $\pi_{ij} = 0$ ou $\pi_{ij} = 1$. Para determinar a banda ótima, é considerado somente um sentido de tráfego (por exemplo, $i \rightarrow j$), pois o valor da banda é igual nos dois sentidos. A banda máxima é definida a partir de suas trajetórias frontal e traseira, sendo que a trajetória frontal da banda (u_{ij}) é obtida a partir de simples relações algébricas entre variáveis da Figura 1, tomando como origem do sistema o ponto o :

$$u_{ij} = -\frac{r_i}{2} + \theta_{ij} + \frac{r_j}{2} - t_{ij} \quad (12)$$

Morgan e Little (1964) consideram que a expressão (12) é equivalente a expressão (13), para fazer com que u_{ij} seja igual a c sempre que (12) for igual a 0:

$$u_{ij} = c - \left(\frac{r_i}{2} - \theta_{ij} - \frac{r_j}{2} + t_{ij} \right) \text{mod}(c) \quad (13)$$

Substituindo (11) em (13) e fazendo u_{ij} ser dependente de π_{ij} , é obtida

$$u_{ij}(\pi_{ij}) = c - \left(\frac{r_i - r_j}{2} + \frac{t_{ij} + t_{ji}}{2} - \pi_{ij} \cdot \frac{c}{2} \right) \text{mod}(c) \quad (14)$$

Conseqüentemente, a trajetória que toca o lado esquerdo do vermelho do semáforo j passa pelo semáforo i em $u_{ij} - r_j$, o que corresponde à largura a banda verde considerando o semáforo j . Neste caso, a maior banda seria obtida a partir de

$$\max u_{ij}(\pi_{ij}) - r_j \quad (15)$$

Considerando diferentes pares de semáforos e $\pi_{ij} = \{0, 1\}$, a banda verde máxima e igual para ambas direções é dada por

$$b = \max_i \min_j \max_{\pi_{ij} \in \{0, 1\}} [u_{ij}(\pi_{ij}) - r_j] \quad (16)$$

3. MÉTODO PROPOSTO

Um dos inconvenientes do método de Morgan e Little (1964) é que a expressão (16) não permite visualizar de uma forma simples certas propriedades dos sistemas de coordenação semaforica que são úteis para melhor compreensão do funcionamento do método, além de facilitar a implementação do método em uma rotina computacional. Sendo assim, um procedimento alternativo foi desenvolvido em que as bandas verdes não são determinadas a partir das trajetórias da banda como ocorre no método original, mas a partir de diagramas que expressam o valor da banda verde em função da defasagem (item 3.1). Esses diagramas são elaborados para diferentes pares de semáforos e, para cada um deles, são definidas duas defasagens para as quais pelo menos uma delas a banda é máxima (item 3.2). Em seguida, considerando diferentes combinações de π_{ij} para pares de semáforos, é definida uma combinação que maximiza a banda verde, de forma semelhante à utilizada por Morgan e Little (item 3.3).

3.1. Diagramas de Banda Verde

Os diagramas de banda são obtidos a partir da elaboração de diagramas espaço-tempo para diferentes defasagens e identificação dos valores de banda verde obtidos para ambos os sentidos de tráfego. Como exemplo, é mostrado na Figura 2 o diagrama de bandas obtidas para um

cenário em que $r_i = 40$ s, $r_j = 30$ s, $c = 60$ s e $t_{ij} = t_{ji} = 10$ s, sendo que tanto b_{ij} como b_{ji} são plotados em função de θ_{ij} , lembrando que $\theta_{ji} = c - \theta_{ij}$. Deve ser observado que, para algumas defasagens, é possível obter uma banda verde negativa ($b_{ij} = -5$ s para $\theta_{ij} = 40$ s e $b_{ji} = -5$ s para $\theta_{ji} = 20$ s) o que, em termos práticos, equivale a inexistência de largura de banda.

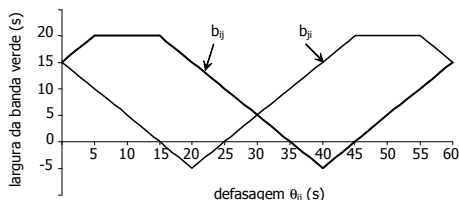


Figura 2: Diagrama de banda verde b_{ij} e b_{ji} em função da defasagem θ_{ij}
 ($r_i = 40$ s, $r_j = 30$ s, $c = 60$ s e $t_{ij} = t_{ji} = 10$ s)

Diversos diagramas foram elaborados para diferentes combinações de r_i , r_j , c , t_{ij} e t_{ji} . Após a comparação dos diagramas obtidos, foi constatado que alguns padrões eram observados em todos os diagramas, permitindo assim a formulação de um método mais prático para ser aplicado manualmente ou implementado em uma planilha eletrônica. Um desses padrões é que a banda máxima é sempre igual para ambas as direções de tráfego:

$$b_{ij}^{\max} = b_{ji}^{\max} = c - \max(r_i, r_j) \quad (17)$$

e que b_{ij}^{\max} ocorre para $\theta_{ij} = t_{ij}$. Da mesma forma, b_{ji}^{\max} ocorre para $\theta_{ij} = c - t_{ji}$. Caso $r_i = r_j$, só existe um ponto de máximo, mas se $r_i \neq r_j$, o diagrama de banda apresenta um patamar com valores máximos entre as seguintes defasagens:

$$\text{sentido } i-j: \left\{ \left(t_{ij} - \left\lfloor \frac{r_i - r_j}{2} \right\rfloor \right) \bmod(c), \left(t_{ij} + \left\lfloor \frac{r_i - r_j}{2} \right\rfloor \right) \bmod(c) \right\} \quad (18)$$

$$\text{sentido } j-i: \left\{ \left(c - t_{ji} - \left\lfloor \frac{r_i - r_j}{2} \right\rfloor \right) \bmod(c), \left(c - t_{ji} + \left\lfloor \frac{r_i - r_j}{2} \right\rfloor \right) \bmod(c) \right\} \quad (19)$$

Os valores da banda mínima são também iguais para ambas as direções:

$$b_{ij}^{\min} = b_{ji}^{\min} = \frac{c - (r_i + r_j)}{2} \quad (20)$$

sendo que os valores mínimos de b_{ij}^{\min} e b_{ji}^{\min} ocorrem para as seguintes defasagens:

$$\text{sentido } i-j: \theta_{ij} = \left(\frac{c}{2} + t_{ij} \right) \bmod(c) \quad (21)$$

$$\text{sentido } j-i: \theta_{ji} = \left(\frac{c}{2} - t_{ji} \right) \bmod(c) \quad (22)$$

Identificando os pontos banda máxima e mínima, os diagramas de banda são construídos de acordo com o procedimento ilustrado na Figura 3 e descrito a seguir:

- a) Os pontos de mínimo m_{ij} e m_{ji} são plotados na Figura 3a de acordo com as coordenadas obtidas pelas equações (20), (21) e (22). Em seguida, são localizados no gráfico os pontos que definem o patamar de banda máxima (M_{ij} e M'_{ij} , no sentido $i-j$ e M_{ji} e M'_{ji} , no sentido $j-i$), com coordenadas obtidas conforme as equações (17), (18) e (19). Deve ser observado

que se $r_i = r_j$, $M_{ij} \equiv M'_{ij}$ e $M_{ij} \equiv M'_{ji}$.

- b) O ponto M_{ij} deve ser unido ao ponto M'_{ij} por uma reta, o mesmo sendo feito em relação aos pontos M_{ji} e M'_{ji} (Figura 3b). Em seguida, o ponto M_{ij} deve ser ligado ao ponto m_{ij} e o ponto M_{ji} unido ao ponto m_{ji} ;
- c) Considerando que num sistema cíclico (Figura 3c) qualquer ponto pode ser observado a cada c segundos, existe outro ponto de mínimo m'_{ij} localizado c segundos à esquerda de m_{ij} , bem como outro ponto de mínimo m'_{ji} localizado c segundos à direita de m_{ji} . Portanto, o ponto M'_{ij} deve ser ligado ao ponto m'_{ji} e o ponto M'_{ji} deve ser ligado ao ponto m'_{ij} ;
- d) O segmento de reta à esquerda da origem do diagrama da banda b_{ij} deve ser deslocado para a direita, no intervalo entre m_{ij} e c , enquanto que o segmento do diagrama da banda b_{ji} à direita de c deve ser deslocado para a esquerda, completando o diagrama de bandas b_{ji} no intervalo entre 0 e m_{ji} (Figura 3d).

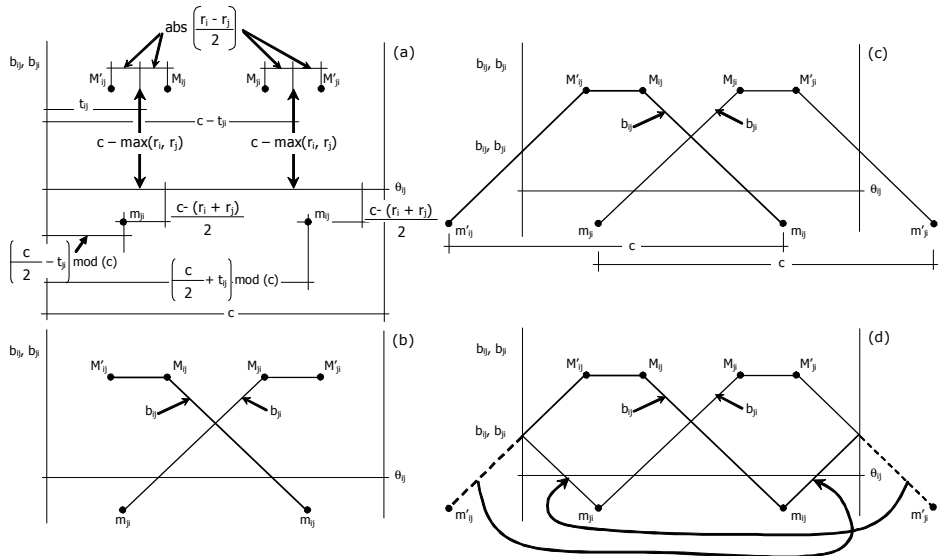


Figura 3: Montagem dos diagramas de banda para os sentidos $i-j$ e $j-i$

A Figura 3 foi elaborada o caso em $\theta_{ij} < c/2$ e $\theta_{ji} < c/2$. Para $\theta_{ij} > c/2$ e $\theta_{ji} > c/2$, o procedimento é similar, exceto que o diagrama de bandas b_{ij} seria similar ao diagrama de bandas b_{ji} na Figura 3 e vice-versa. Existem ainda outras maneiras mais simples de se construir os diagramas de bandas, mas que não são descritas neste artigo por limitação de espaço.

3.2. Determinação das Defasagens para Bandas Iguais

As defasagens para as quais as bandas são iguais são obtidas nos pontos de cruzamento dos diagramas das bandas b_{ij} e b_{ji} , como pode ser observado na Figura 3d. Dentre os valores obtidos, pelo menos um deles é o máximo possível para os dois semáforos considerados. Pode ser observado que, para a situação ilustrada em que $t_{ij} = t_{ji}$, os valores das defasagens que fornecem bandas iguais são $\theta_{ij} = 0$ e $\theta_{ij} = c/2$. De uma forma geral, os valores de banda para quaisquer valores de t_{ij} e t_{ji} podem ser obtidos através de interpolação linear dos diagramas de banda, para as defasagens calculadas pela equação (11).

3.3. Determinação da Banda Máxima para Mais de Dois Semáforos

O procedimento descrito até agora se aplica somente para a determinação das bandas verdes considerando duas interseções semaforizadas. No caso de mais de duas interseções, é necessário considerar as interferências que o vermelho de um determinado semáforo causa na banda de quaisquer outros dois semáforos. Por exemplo, embora a largura máxima da banda no sentido $i-j$ entre os semáforos 2 e 3 na Figura 4 seja igual à 25 s, a posição do vermelho do semáforo 1 faz com que a largura efetiva da banda em todo o sistema seja reduzida para 15,3 s.

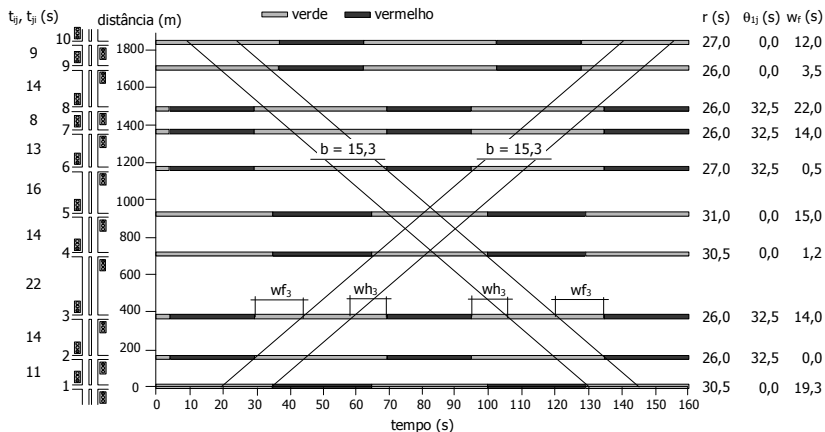


Figura 4: Coordenação de uma rede composta por 10 interseções semaforizadas com $c = 65$ s e bandas iguais nos dois sentidos

A seguir é descrito o procedimento para obtenção da maior largura possível de banda verde igual em ambos os sentidos de tráfego (item 3.3.1). Em função da solução obtida, é possível aumentar a largura de banda em um sentido, diminuindo-a no outro, em situações em que a proporção do volume de tráfego que circula em ambos os sentidos é desigual ou quando se deseja favorecer uma corrente de tráfego em detrimento da outra (ver item 3.3.3).

A Figura 4 mostra um segmento de via de pista dupla com 1844 m e 10 interseções semaforizadas, utilizado como exemplo para a aplicação do método proposto. Os tempos de viagem entre semáforos e os tempos de vermelho são mostrados também na Figura 4 e o tempo de ciclo para o sistema é 65 s. Esta rede foi obtida do trabalho de Morgan e Little (1964), visando comparar os resultados obtidos com a aplicação do método proposto aos resultados obtidos através do método original.

3.3.1. Determinação de Bandas Iguais para Ambos os Sentidos

O procedimento para determinar a banda máxima de valor igual para as direções $i-j$ e $j-i$, bem como as defasagens entre semáforos, é descrito a seguir:

- Os valores de banda verde devem ser calculados para todos os pares de semáforos i, j e defasagens definidas pela equação (11), ou seja, para $\pi_{ij} = 0$ e $\pi_{ij} = 1$ ($1 \leq i < n, j > i$), conforme descrito nos itens 3.1 e 3.2. Para o caso específico apresentado em que $t_{ij} = t_{ji}$, quando $\pi_{ij} = 0$ os centros dos vermelhos de todos os semáforos ficam alinhados, enquanto que para $\pi_{ij} = 1$ todos os vermelhos ficam defasados de $\frac{c}{2}$;
- Em seguida é definida uma seqüência de valores de π_{ij} ($1 \leq j < n$) contendo uma solução

inicial qualquer (por exemplo $\pi_{1j} = 0, \forall j$). A posição relativa do centro do vermelho de qualquer semáforo em relação ao semáforo 1 permite determinar as posições relativas π_{jk} para quaisquer outros pares de semáforos j, k :

$$\pi_{jk} = \begin{cases} \pi_{ij} + \pi_{ik}, & \pi_{ij} + \pi_{ik} < 2 \\ 0, & \pi_{ij} + \pi_{ik} = 2 \end{cases} \quad (23)$$

sendo $1 \leq i < n - 2, i < j \leq n - 1$ e $j < k \leq n$, e n o número de semáforos do sistema.

- c) O problema então consiste em que encontrar a maior das menores larguras de banda dentre as determinadas para diferentes combinações de $\pi_{ij} = 0$ ou $\pi_{ij} = 1, (1 < i < n, j > i)$, ou seja:

$$b = \max \min b_{ij}(\pi_{ij}) \quad (24)$$

A forma mais intuitiva, porém mais trabalhosa, de obter a solução seria verificar $2^{(n-1)}$ combinações de 0's e 1's e identificar aquela que fornece a banda máxima. Deve ser lembrado que são testadas $n - 1$ combinações ao invés de n , pois não é necessário testar a posição do vermelho do semáforo 1, já que a combinação $\pi_{11} = 0$ e $\pi_{12} = 1$, por exemplo, produz solução idêntica a $\pi_{11} = 1$ e $\pi_{12} = 0$. No entanto, a forma mais simples é utilizar um procedimento do tipo "search-and-bound", semelhante ao utilizado por Little (1966) cuja solução é obtida após a análise de apenas 21 combinações de valores de π_{1j} . A aplicação do procedimento para a rede da Figura 4 é ilustrada na Figura 5 e descrita a seguir:

- Uma solução inicial é adotada de forma que todos $\pi_{1j} = 0, \forall j$. Para esta solução, a banda máxima obtida no exemplo seria 4,7 s;
- O próximo passo consiste em identificar o par (ou pares) de semáforos i, j que limitam o valor da banda máxima ao valor da solução obtido em (a). No exemplo, seriam os semáforos 1 e 8;
- Como o vermelho do semáforo 1 pode ser mantido fixo pelas razões já mencionadas, basta verificar se $\pi_{18} = 1$ fornece um maior valor de banda do que $\pi_{18} = 0$. Neste caso, a banda máxima obtida é 6,3 s indicando que o semáforo 8 deve ser defasado de $\frac{1}{2}$ do semáforo 1;
- O processo deve ser repetido até que todos os semáforos tenham sido testados ou quando um dos semáforos cujo valor de banda é o limitante na etapa já foi testado nas etapas anteriores. No exemplo, após fazer $\pi_{18} = 1$, o par de semáforos a ser testado é 4, 6. Para esse par, a maior banda ($b = 7,0$ s) é obtida para $\pi_{14} = 0$ e $\pi_{16} = 1$. Em seguida, o par crítico é composto pelos semáforos 1 e 2 e, adotando $\pi_{12} = 1$, é obtido $b = 7,5$ s, valor de banda que identifica os pares de semáforos 3-5, 3-10, 5-7 e 7-10 como limitantes. Testando então 16 combinações possíveis de valores de $\pi_{13}, \pi_{15}, \pi_{17}$ e π_{110} , verifica-se que o novo valor de banda máxima passa para 15,3 s ao adotar $\pi_{13} = 1, \pi_{15} = 0, \pi_{17} = 1$ e $\pi_{110} = 0$. O processo é então interrompido, pois o par 1-2 passa a ser o limitante e esse par já foi testado na terceira iteração do procedimento.

A largura de banda obtida (15,3 s) é semelhante ao valor obtido por Morgan e Little (1964).

3.3.2. Determinação da Posição das Trajetórias que Definem a Banda Verde

Para plotar as trajetórias frontal e traseira da banda nos sentidos $i-j$ e $j-i$, determina-se inicialmente valores de $\omega f_k (k = 1, 2, \dots, n)$:

$$\omega f_k = r_1 - \left(\frac{r_1}{2} + \theta_{1k} + \frac{r_k}{2} - t_{1k} \right) \text{mod}(c) \quad (25)$$

Sempre que a banda é máxima, a trajetória frontal da banda toca o lado direito do vermelho de pelo menos um semáforo. Para que $wf_k = 0$ para esse semáforo, é usada a seguinte equação:

$$wf_k = \omega f_k - \min(\omega f), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (26)$$

O mesmo cálculo é feito para todos os outros semáforos. A distância entre a trajetória traseira da banda no sentido $i-j$ (ou frontal no sentido $j-i$), é dada por

$$wh_k = g_k - b - wf_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

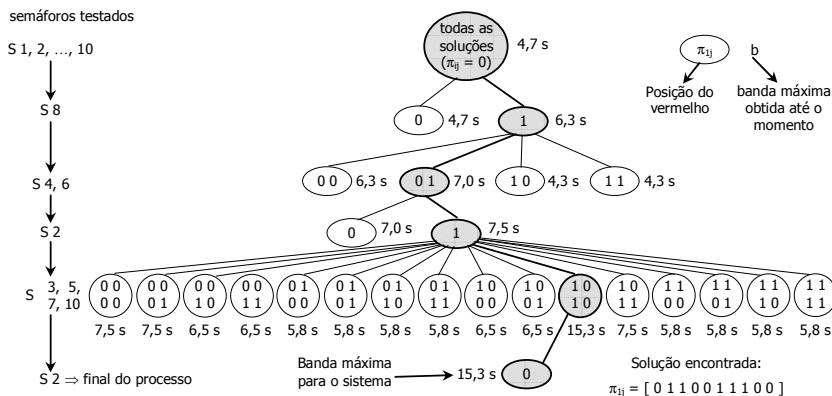


Figura 5: Árvore de busca da banda máxima para o sistema de 10 semáforos

3.3.3. Determinação de Bandas Distintas

Após a determinação de b , é possível aumentar a largura da banda no sentido em que o tráfego é maior, diminuindo porém a banda no sentido contrário. Por exemplo, caso seja desejável aumentar a largura da banda no sentido $i-j$ de b para b^{i-j} , utiliza-se a seguinte expressão:

$$b^{i-j} = b + \delta b, \quad \delta b \leq g_{min} - b \quad (28)$$

sendo δb o incremento da largura da banda no sentido $i-j$. Conseqüentemente, a banda no sentido $j-i$ deve ser reduzida de b para b^{j-i} :

$$b^{j-i} = b - \delta b, \quad \delta b \leq b \quad (29)$$

Ao aumentar a banda no sentido $i-j$, é necessário modificar o valor de wf_k para wf_k^{i-j} :

$$wf_k^{i-j} = \begin{cases} wf_k, & wh_k - \delta b \geq 0 \\ wf_k - \delta b + wh_k, & wh_k - \delta b < 0 \end{cases} \quad (30)$$

e wf_k para wf_k^{j-i} :

$$wf_k^{j-i} = \begin{cases} wf_k, & wh_k - \delta b \geq 0 \\ wf_k + \delta b - wh_k, & wh_k - \delta b < 0 \end{cases} \quad (31)$$

Também é preciso verificar se é necessário modificar a defasagem dos semáforos para acomodar a nova largura da banda. Para isso, basta calcular novos valores das defasagens θ_{1k}^* em relação ao semáforo 1, $k = 1, \dots, n$. Deve ser observado que θ_{11}^* não é uma defasagem propriamente dita, mas serve para indicar posição do centro do vermelho do semáforo 1, que é a referência para cálculo das defasagens dos outros semáforos em relação ao semáforo 1:

$$\theta_{1k}^* = \begin{cases} \theta_{1k}, & wh_k - \delta b \geq 0 \\ \theta_{1k} + \delta b - wh_k \text{ mod}(c), & wh_k - \delta b < 0 \end{cases} \quad (32)$$

Cabe lembrar ainda que se $\theta_{11}^* \neq 0$, é necessário fazer $\theta_{11}^* = 0$, defasando todos os centros dos vermelhos de forma compatível. Por exemplo, se $\theta_{11}^* = 5$, é necessário descontar 5 s de todas as defasagens, obtendo então $\theta_{11}^* = 0$ (lembrando que para defasagens negativas deve ser somado o valor do ciclo c).

A Figura 6 mostra a solução obtida para a situação em que a banda no sentido $i-j$ passa de 15,3 s para 23,1 s, enquanto que a banda no sentido $j-i$ diminui para 7,5 s. Também neste caso, os resultados obtidos são idênticos aos obtidos por Morgan e Little (1964). Caso fosse desejado aumentar a banda no sentido $j-i$, as expressões (28) a (32) poderiam ser utilizadas, bastando para isso trocar os índices i por j e j por i .

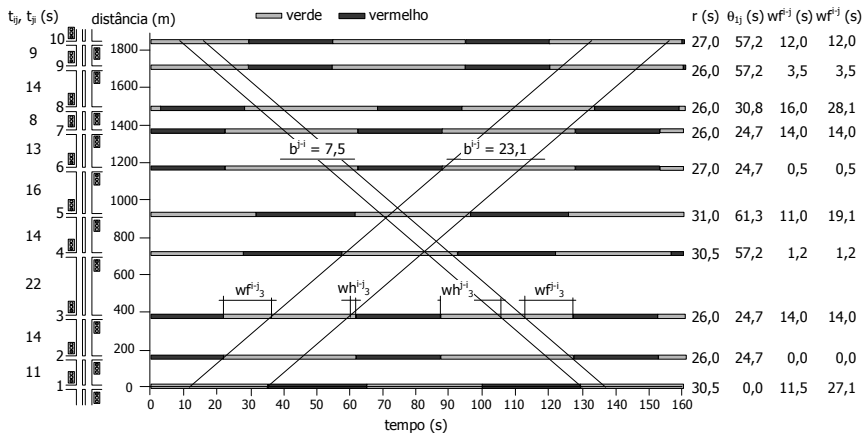


Figura 6: Coordenação de uma rede composta por 10 interseções semaforizadas com $c = 65$ s, $b^{i-j} = 23,1$ s, $b^{j-i} = 7,5$ s

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresentou o desenvolvimento de um método de coordenação semaforica cujo propósito é, num primeiro momento, encontrar um valor de banda verde que seja igual para ambos os sentidos de tráfego de uma via de pista dupla e, numa segunda etapa, aumentar o valor da banda no sentido de maior tráfego, se assim for desejado. Dessa forma, o método pode ser aplicado também na coordenação de vias com sentido único de tráfego, considerando nesse caso que toda a banda disponível deve ser alocada ao sentido único.

O método proposto foi adaptado do método de Morgan e Little (1964) como uma forma de se obter uma melhor compreensão princípios de funcionamento do processo de maximização da banda verde. Nesse sentido, a utilização de diagramas de banda permite a identificação de forma mais simples de como a largura da banda varia em função da defasagem adotada, além de fornecer a mesma solução fornecida pelo método original. Nos diagramas, as defasagens correspondentes à banda máxima, mínima e bandas iguais para ambas as direções de tráfego são identificadas a partir de simples relações algébricas entre os tempos de vermelho, duração do ciclo e tempo de viagem entre interseções. As larguras de banda máxima e mínima são obtidas também por relações algébricas e, de uma forma geral, valores de banda para qualquer

defasagem podem ser obtidas através de interpolação linear, em virtude da largura de banda ser uma função descontínua dos valores de defasagens.

Esta particularidade dos diagramas de banda, somada ao fato que as defasagens de uma rede formada por mais de 2 semáforos devam ser determinadas através de um método iterativo de busca da solução ótima, justifica a implementação do método proposto em uma rotina computacional. Deve ser observado que, para coordenar uma rede composta por n semáforos, é necessário calcular $n^2 - n$ larguras de banda, além de determinar as defasagens ótimas que maximizem a banda global (para 10 semáforos, por exemplo, são calculadas 90 larguras de banda). Em termos práticos, encontrar a solução do problema manualmente só é viável para redes com um pequeno número de semáforos. Caso contrário, é recomendável o uso de planilhas eletrônicas ou então programas específicos.

De fato, a idéia do desenvolvimento do método aqui proposto, além de discutir aspectos do problema de coordenação semaforica ainda não abordados em outros trabalhos, é subsidiar a implementação do método de coordenação semaforica em uma planilha eletrônica do Excel, o que é descrito por Demarchi e Dutra (2004).

Agradecimentos: A primeira autora agradece a Prefeitura Municipal de Londrina, em especial ao Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Londrina – IPPUL, pelo apoio na realização do programa de mestrado da EESC/USP. O segundo autor deste trabalho agradece ao CNPq pela concessão de bolsa de produtividade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bavarez e Newell (1967) "Traffic Signal Synchronization on a One-Way Street". *Transportation Science*, v.1, n. 6, p. 55-73.
- Bruening M. E. (1940) "How Are Progressive Signals Timed" 1940 *ITE Proceedings*, p. 79-91. Citado por Morgan e Little (1964).
- Demarchi, S. H.; Dutra, C. B. (2004) "SBAND: Implementação em Planilha Eletrônica de um Método para Maximização da Banda Verde em Vias Semaforizadas". Artigo aceito para publicação nos anais do XVIII ANPET, Florianópolis, SC.
- Gartner, N.H.; Assmann, S.F.; Lasaga, F.; Hou, D.L. (1990) "MULTIBAND: A Variable - Bandwidth Arterial Progression Scheme". *Transportation Research Record*, 1287, p.212-22.
- Hillier e Rothery (1967) "The Synchronization of Traffic Signals for Minimum Delay". *Transportation Science*, v. 1, n. 2, Operations Research Society of America.
- Little, J. D. C. (1966) "The Synchronization of Traffic Signals by Mixed – Integer Linear Programming". *Operations Research*, v. 14, n.4, p.568-93.
- Little, J. D. C.; Kelson, M. D.; Gartner, N. H. (1981) "MAXBAND: A Program for Setting Signals on Arteries and Triangular Networks". *Transportation Research Record* 795, p. 40-46.
- Magalhães, D. J. A. V. (1981). *Sincronização de Semáforos em um Corredor Urbano: Desenvolvimento de um Modelo Simplificado*. Dissertação (Mestrado), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 223 p.
- Morgan, J. T.; Little, J. D. C. (1964) "Synchronizing Traffic Signals for Maximal Bandwidth". *Operations Research*, v. 12, n.6, p.896-912.
- Pettermann, J. L. (1947) "Timing Progressive Signal Systems". *Traffic Engineering*, v. 17, parte 1, p. 194–199 e parte 2, p. 242–249. Citado por Morgan e Little (1964).
- Stamatiadis, C.; Gartner, N.H. (1996) "MULTIBAND – 96: A Program for Variable – Bandwidth Progression Optimization of Multiarterial Traffic Networks". *Transportation Research Record*, 1554, p.9-17.
- Tsay, H.S.; Lin, L.T. (1988) "New Algorithm for Solving the Maximum Progression Bandwidth". *Transportation Research Record*, 1194, p.15-30.
- Watson, H. (1933) *Street Traffic Flow*. Chapman and Hall, Londres. Citado por Bavarez e Newell (1967).
- Webster, F.V.; Cobbe, B.M. (1966) *Traffic Signals. Road Research Technical Paper n.56*, Road Research Laboratory – Ministry of Transport, Londres.